

Rekenstrategieën: een vergelijking tussen verschillende culturen met implicaties voor de klinische praktijk

Kinderen met rekenstoornissen of dyscalculie komen vaak met uiteenlopende en hardnekkige foutenpatronen terecht in Centra voor Ambulante Revalidatie. Een grondige foutenanalyse vormt dan de hoeksteen van de therapeutische behandeling. Bij deze foutenanalyse is het niet alleen van belang om na te gaan wát de kinderen fout doen. Het is ook belangrijk om na te gaan hóe ze leerden hoofdrekenen op school en welk handboek hiervoor werd gebruikt. De rekenstrategieën die op jonge leeftijd worden aangeleerd, blijven immers hun invloed uitoefenen tot in de volwassenheid. Tot deze conclusie kwamen we op basis van een onderzoek naar de complexe rekenvaardigheid in drie verschillende culturen (Belgen, Canadezen en Chinezen). De resultaten tonen aan dat deze culturen verschillende rekenstrategieën gebruiken en in een verschillende mate een beroep doen op hun werkgeheugen. Ook het niveau van wiskundeangst (vaak gerelateerd aan dyscalculie) verschilt tussen de drie culturen. In de discussie bespreken we de implicaties van deze resultaten voor het onderwijs en de klinische praktijk.

■ Inleiding

Hoofdrekenen is een complexe neuropsychologische taak die de beheersing van verschillende rekenkundige basisvaardigheden vereist (Stock, Desoete & Roeyers, 2007). Aangezien we in onze huidige maatschappij zowat

dagelijks met cijfers worden geconfronteerd, is een zekere bedrevenheid in hoofdrekenen van groot belang (Swanson, Jerman & Zheng, 2008). Een gemis aan rekenvaardigheid kan immers tot gevolg hebben dat iemand minder vlot wordt tewerkgesteld en genoeg moet nemen met een min-

¹ Dr. Ineke Imbo is verbonden aan de Vakgroep Experimentele Psychologie van de Universiteit Gent. Contactadres: Ineke.Imbo@UGent.be

der goed betaalde job (Dowker, 2005). Omdat goed kunnen rekenen zo belangrijk is, wordt deze vaardigheid al vroeg in de ontwikkeling aangeleerd, namelijk vanaf de lagere school.

Bij sommige kinderen blijft het rekenen echter hardnekkig misgaan, ondanks een gemiddelde intelligentie en een voldoende groot onderwijsaanbod. De prevalentie van rekenstoornissen varieert van twee tot veertien procent (Barbarese, Katusic, Colligan, Weaver & Jacobson, 2005; Scheiris & Desoete, 2008; Stock, Desoete & Roeyers, 2007). Kinderen met rekenstoornissen komen vaak terecht in Centra voor Ambulante Revalidatie, waar ze samen met een therapeut aan hun rekenprobleem werken. Deze kinderen hebben echter ook op school te maken met rekentaken, die vaak op heel uiteenlopende manieren worden aangeleerd. Op zich is er niets fout met deze diversiteit. We moeten ons er echter wel van bewust zijn dat bepaalde rekenstrategieën efficiënter (d.i. sneller en accurater) zijn dan andere. Daarnaast doen bepaalde rekenstrategieën ook een groter beroep op het werkgeheugen dan andere. Een goede notie van de verschillen tussen rekenstrategieën is dus zeker relevant bij het diagnosticeren en behandelen van kinderen met dyscalculie.

De kinderen met dyscalculie die terecht komen in de Centra voor Ambulante Revalidatie hebben immers vaak

heel uiteenlopende foutenpatronen. Het bestaan van verschillende types dyscalculie (bv. procedurele dyscalculie en semantische geheugendyscalculie) heeft als gevolg dat kinderen met dyscalculie op bepaalde strategieën wél zullen uitvallen en op andere niet. Bovendien hebben kinderen met dyscalculie vaak een werkgeheugen-deficit (Landerl, Bevan & Butterworth, 2004). Dergelijke kinderen zullen bijvoorbeeld vooral moeilijkheden onderkennen bij rekenstrategieën die een groot beroep doen op het werkgeheugen.

Een grondige foutenanalyse vormt dan ook de hoeksteen van de therapeutische behandeling. Bij de foutenanalyse is het van belang om na te gaan hoe kinderen leerden hoofdrekene op school en met welk handboek en welke rekenmethode dit werd aangebracht. Er zijn wat dat betreft grote verschillen tussen handboeken. Er bestaan immers veel verschillende strategieën om rekenopgaven zoals $38 + 54$ op te lossen. De *eenheden-tientallenstrategie* geeft aan dat je met de eenheden begint. Je splitst het getal 54 op en telt eerst 4 en dan 50 bij 38 op ($38 + 4 + 50$). Je kunt ook de eenheden en tientallen apart bij elkaar optellen ($8 + 4 + 30 + 50$). Een ander type wordt de *tientallen-eeenhedenstrategie* genoemd. Ze geeft aan dat je met de tientallen begint. Je splitst het getal 54 op en telt eerst 50 en dan 4 bij 38 op ($38 + 50 + 4$). Je kunt ook de tientallen en de eenheden apart bij elkaar

optellen ($30 + 50 + 8 + 4$). Voor de meesten onder ons maakt het niet echt uit welke strategie we gebruiken. Met een beetje moeite berekenen we de juiste oplossing uit het hoofd. Bij een aantal kinderen lukt het echter niet om dergelijke sommen uit het hoofd uit te rekenen. Ze raken in de war en geven voor de som $38 + 54$ als oplossing 82, omdat ze de extra "1" van de eenheden vergeten over te brengen naar de tientallen. Hetzelfde verhaal zien we bij opgaven als $82 - 58$, waarbij ze 36 als oplossing geven (ze doen $8 - 2$ in plaats van een "1" te ontlenen van de tientallen naar de eenheden).

Het onderwijslandschap in Vlaanderen is momenteel vrij divers. Bij *directieve* rekenmethodieken worden kinderen in een bepaalde richting gestuurd. Vaak wordt slechts één rekenstrategie aangeleerd. Hier is het zeer belangrijk om te weten wélke strategie werd aangeleerd. Rekenstrategieën met veel tussenstappen leggen immers een grotere belasting op het werkgeheugen dan rekenstrategieën met weinig tussenstappen. Kinderen met procedurele dyscalculie gebruiken vaak onrijpe strategieën (bv. met te veel tussenstappen) en leggen dus een té grote belasting op hun werkgeheugen, waardoor het hoofdrekenen niet vlot verloopt. Kinderen met semantische geheugendyscalculie daarentegen, hebben vooral moeilijkheden met het oproepen van rekenfeiten uit hun langetermijngeheugen. Aangezien ze niet onmiddellijk weten hoeveel $8 + 4$ is, kunnen ze

ingewikkelder oefeningen zoals $38 + 54$ ook niet goed oplossen.

Aan de andere kant bestaan er ook, vanuit het idee van 'constructivisme', meer *realistische* rekenbenaderingen. Hierbij worden kinderen vrij gelaten in het zoeken en kiezen van rekenstrategieën. In de praktijk merken we vaak dat kinderen met dyscalculie verloren lopen of vastraken in een foutieve manier van werken. Als therapeut is het daarom van belang om in de aanvangsdiagnostiek niet alleen na te gaan wat kinderen al kunnen. Ook de manier *waarop* ze hierbij te werk gaan en in welke mate ze hun *werkgeheugen* belasten, moet worden bevraagd (Desoete, 2007).

Zodra het lager onderwijs achter de rug is, wordt hoofdrekenen niet meer expliciet getraind. Adolescenten en volwassenen zonder dyscalculie worden immers verondersteld deze vaardigheid voldoende onder de knie te hebben. Toch focussen we in dit artikel op de rekenprestaties van jongvolwassenen, omdat de praktijk ons leert dat er ook op jongvolwassen leeftijd nog altijd heel wat verschillen bestaan op het vlak van hoofdrekenen. We willen nagaan welke strategieën worden gebruikt en of bepaalde strategieën meer aangewezen zijn dan andere. Daartoe onderzochten we studenten uit drie verschillende continenten (Azië, Europa en Noord-Amerika) met elk een andere leergeschiedenis en elk een andere manier van leren hoofdre-

kenen. Zoals verder zal blijken, zijn vroege leerervaringen uiterst belangrijk. Hun invloed reikt immers tot in de volwassenheid.

We gaan eerst dieper in op de verschillende rekenstrategieën om vervolgens de rol van het werkgeheugen bij het hoofdrekenen te bespreken.

Rekenstrategieën

Er zijn vier rekenkundige operaties: optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen. Verder maken we een onderscheid tussen eenvoudige rekenopgaven (met eencijferige getallen, $5 + 8$) en complexe rekenopgaven (met meercijferige getallen, $36 + 47$). Voor eenvoudige rekenopgaven toonde eerder onderzoek aan dat kinderen, naarmate ze ouder worden, meer en meer oplossingen ophalen uit het langetermijngeheugen (Imbo & Vandierendonck, 2008a). Het onderzoek in dit artikel focust op complexere rekenopgaven, meer bepaald op opgaven waarin twee tweecijferige getallen bij elkaar moeten worden opgeteld.

Zoals hierboven al vermeld bestaan er verschillende strategieën om dergelijke opgaven op te lossen (Beishuizen, 1993; Beishuizen, Van Putten & Van Mulken, 1997; Blöte, Klein & Beishuizen, 2000; Hitch, 1978; Green, Lemaire & Dufau, 2007; Torbeyns, Verschaffel & Ghesquièrre, 2006). In dit onderzoek maken we een onderscheid tussen de eenheden-

tientallenstrategie en de tientallen-eenhedenstrategie. In de eenheden-tientallenstrategie worden de eenheden en de tientallen achtereenvolgens bij elkaar opgeteld ($46 + 23 = 6 + 3$ en $40 + 20$). Deze strategie, die ook soms decompositie- of splitstrategie wordt genoemd, lijkt sterk op het cijferen dat wordt gebruikt bij verticaal aangeboden opgaven (Trbovich & LeFevre, 2003). In de tientallen-eenhedenstrategie wordt altijd gestart met de tientallen ($46 + 23 = 40 + 20$ en $6 + 3$). Wanneer de tientallen van het ene getal bij het andere getal worden opgeteld ($46 + 23 = 46 + 20 + 3$), spreken we ook van de sequentiële of jumpstrategie.

De laatste jaren werd in de meeste Europese landen (waaronder België, Nederland en Italië) voornamelijk geopteerd voor de tientallen-eenhedenstrategie (Beishuizen, 1993; Beishuizen e.a., 1997; Blöte e.a., 2000; Lucangeli, Tressoldi, Bendotti, Bonanomi & Siegel, 2003; Torbeyns e.a., 2006; Varol & Farran, 2007). In Noord-Amerika lag de nadruk eerder op de eenheden-tientallenstrategie (Cooper, Heirdsfield & Irons, 1996; Fuson, 1990). Het literatuuroverzicht laat vermoeden dat er in deze studie culturele verschillen in strategiekeuzes zullen worden gevonden. Meer bepaald verwachten we dat de Belgen voornamelijk de tientallen-eenhedenstrategie zullen gebruiken en dat de Canadezen voornamelijk de eenheden-tientallenstrategie zullen gebruik-

ken. Aangezien we geen informatie hebben over de rekenstrategieën die worden aangeleerd in Aziatische scholen, stellen we geen specifieke predicties voor de Chinezen voorop.

Behalve strategieselectie (Welke rekenstrategieën kiest men?) onderzochten we ook de strategie-efficiëntie (Hoe snel en hoe accuraat rekt men?). Bij complexe optellingen hangt de efficiëntie sterk af van de aanwezigheid van overdrachtsoperaties. Een overdrachtsoperatie is nodig wanneer de som van de eenheden groter is dan 10. In dat geval moet er een waarde van de eenheden naar de tientallen worden overgebracht. In de opgave $28 + 45$ bijvoorbeeld, is de som van de eenheden 13 en moet er dus een "1" van de eenheden naar de tientallen worden overgebracht. Dergelijke overdrachtsoperaties hebben als gevolg dat men trager en minder accuraat gaat rekenen (Hitch, 1978; Fürst & Hitch, 2000; Green e.a., 2007; Imbo, Vandierendonck & De Rammelaere, 2007; Imbo, Vandierendonck & Vergauwe, 2007; Logie, Gilhooly & Wynn, 1994; Noël, Désert, Aubrun & Seron, 2001).

Ook wat betreft strategie-efficiëntie werden al culturele verschillen gevonden. Onderzoek in het domein van eenvoudige rekenopgaven heeft aangetoond dat Chinezen sneller en accuraater zijn dan Noord-Amerikanen (Campbell & Xue, 2001; Geary, 1996b; Geary, Bow-Thomas, Fan & Siegler, 1993;

Geary, Bow-Thomas, Liu & Siegler, 1996; Geary, Salthouse, Chen & Fan, 1996; Geary e.a., 1997; LeFevre & Liu, 1997; Penner-Wilger, Leth-Steensen & LeFevre, 2002). Hoewel het voorliggende onderzoek zich toespitst op complexe rekenopgaven, veronderstellen we toch dat de resultaten gelijklopend zullen zijn met de resultaten gevonden bij eenvoudige rekenopgaven. We verwachten dus dat de Chinezen sneller en accuraater zullen zijn dan de Canadezen. Het verschil tussen Chinezen en Canadezen wordt bovendien verondersteld groter te zijn bij optellingen met een overdrachtsoperatie dan bij optellingen zonder een overdrachtsoperatie. Aangezien er nog geen onderzoek is gebeurd waarbij de rekenprestatie van Europeanen wordt vergeleken met die van andere culturen, hebben we geen specifieke predicties voor de Belgen.

Een laatste aspect dat van belang is bij rekenstrategieën is de strategieadaptatie. Iemand is adaptief als hij/zij de strategiekeuze aanpast aan relevante informatie, zoals het type rekenprobleem en de rekencontext (Green e.a., 2007; Lemaire, Arnaud & Lecacheur, 2004; Lemaire & Lecacheur, 2002; Torbeyns, Verschaffel & Ghesquière, 2002, 2004a, 2004b, 2005). Er zijn tot op vandaag geen studies waarin culturele verschillen in strategieadaptatie werden onderzocht.

Werkgeheugen

In het langetermijngeheugen slaan we informatie op voor een lange periode. Zo onthouden we bijvoorbeeld de namen van vrienden en familie en de hoofdstad van Frankrijk. Het werkgeheugen gebruiken we als we informatie slechts voor een korte termijn moeten bijhouden of bewerken. Het bestaat uit vier componenten (Baddeley & Hitch, 1974; Baddeley, 2000). De centrale verwerker is de sturende component en zorgt voor het controleren, plannen en monitoren van alle taken die in het werkgeheugen worden verwerkt. De centrale verwerker controleert ook de andere werkgeheugencomponenten. De fonologische lus staat in voor het onthouden van fonologische informatie (bijvoorbeeld als je een telefoonnummer te horen krijgt dat je niet meteen kan neerschrijven) en het visuospatiaal schetsblad staat in voor het onthouden van visuospatiale informatie (bijvoorbeeld als je navigeert in een onbekende stad). De vierde en laatste component, de episodische buffer, integreert fonologische en visuospatiale informatie en zorgt voor de interactie tussen het werkgeheugen en het langetermijngeheugen.

Eerder onderzoek (DeStefano & LeFevre, 2004) toonde aan dat hoofdrekennen een beroep doet op het werkgeheugen. De centrale verwerker is nodig bij eenvoudige rekenopgaven om de correcte oplossing uit het langetermijngeheugen te selecteren (bv.

$3 + 5 = 8$) en om te beletten dat andere, foutieve oplossingen (bv. $3 + 5 = 9$) worden geselecteerd. In complexe rekenopgaven vervult de centrale verwerker meerdere functies, zoals het uitvoeren van berekeningen en het monitoren van wat reeds werd berekend en wat nog moet worden berekend. De fonologische lus wordt vooral ingezet bij het oplossen van complexe rekenopgaven (bv. $47 + 56$). In dergelijke opgaven moet je vaak tussentijdse uitkomsten (bv. $7 + 6 = 13$) bijhouden terwijl je iets anders berekent (bv. $40 + 50 = 90$). In eenvoudige rekenopgaven wordt de fonologische lus alleen ingezet als je de oplossing niet meteen kunt ophalen uit het langetermijngeheugen (Imbo & Vandierendonck, 2007a, 2007b, 2007c). De rol van het visuospatiaal schetsblad is nog onduidelijk. Er wordt gesuggereerd dat deze werkgeheugencomponent vooral zou worden gebruikt als je een visuele voorstelling maakt van de rekenopgave. Ook over de rol van de episodische buffer bij het hoofdrekennen is nog zeer weinig geweten. In de voorliggende studie onderzochten we enkel de rol van de centrale verwerker en de fonologische lus.

We gaan ervan uit dat de minder efficiënte culturen (de Canadezen) een groter beroep zullen doen op hun werkgeheugen dan de efficiëntere culturen (de Chinezen). Aangezien de rekenefficiëntie van de Belgen waarschijnlijk tussen die van de Canadezen

en de Chinezen ligt, verwachten we dat de rol van het werkgeheugen bij de Belgen van een middelmatige grootteorde zal zijn.

■ Methode

In dit experiment combineerden we twee methodes. De eerste is de keuze/geen-keuze-methode (Siegler & Lemaire, 1997), waarbij de participanten zowel moeten deelnemen in een keuzeconditie als in enkele geen-keuzecondities. Deze methode maakt het mogelijk om gegevens te verzamelen over zowel de strategieselectie (Welke strategieën gebruikt men?) als de strategie-efficiëntie (Hoe snel en hoe accuraat is men?). De tweede methode is gebaseerd op selectieve interferentie en maakt het mogelijk om de rol van verschillende werkgeheugencomponenten te onderzoeken. Elke participant neemt deel in een conditie zónder werkgeheugenlading en in een conditie mét werkgeheugenlading. In deze laatste conditie zorgt een secundaire taak ervoor dat één werkgeheugencomponent (de centrale verwerker of de fonologische lus) selectief wordt belast. Als de rekenprestatie slechter is in de conditie mét werkgeheugenlading, betekent dit dat het hoofdrekenen een beroep doet op de desbetreffende werkgeheugencomponent.

Participanten

We testten 40 Nederlandstalige studenten uit België (20 mannen en 20 vrouwen, gemiddeld 21.3 jaar oud), 45 Engelstalige studenten uit Canada (20 mannen en 25 vrouwen, gemiddeld 21.3 jaar oud) en 40 Chineestalige studenten die geboren en opgevoed zijn in China, maar op latere leeftijd (tijdens of na de middelbare schooltijd) naar Canada zijn getrokken om daar verder te studeren (17 mannen en 23 vrouwen, gemiddeld 25.1 jaar oud).

Stimuli

Alle rekenopgaven bestonden uit twee tweecijferige getallen (bv. $13 + 52$). Omdat opgaven met twee dezelfde getallen (bv. $4 + 4$) gemakkelijker zijn dan andere, werden opgaven met twee identieke eenheden (zoals $24 + 64$) of twee identieke tientallen (zoals $41 + 42$) niet in de stimuluslijst opgenomen. Ook rekenopgaven die met een regel (bv. $n + 0 = 0$; $n + 9 = n + 10 - 1$) kunnen worden opgelost, werden uit de stimuluslijst geweerd (bv. $24 + 30$). Bij de ene helft van de rekenopgaven moest geen overdrachtsoperatie uitgevoerd worden (bv. $34 + 21$). Bij de andere helft van de rekenopgaven moest een "1" van de eenheden naar de tientallen worden overgebracht (bv. $16 + 38$).

Procedure

Elke deelnemer aan het onderzoek kreeg complexe optellingen aangeboden (bv. $34 + 52$), die moesten worden opgelost in verschillende keuze- en geen-keuzecondities. In de keuzeconditie kon de proefpersoon kiezen welke strategie hij gebruikte om de optelling op te lossen (eenheden-tientallen of tientallen-eenheden). De proefpersoon gaf telkens ook aan welke strategie hij had gekozen. Deze informatie werd gebruikt om de strategiekeuzes te onderzoeken. In de geen-keuzeconditie werd van de proefpersoon verwacht dat hij óf de eenheden-tientallenstrategie óf de tientallen-eenhedenstrategie gebruikte om álle opgaven in die conditie op te lossen. De snelheid en de accuraatheid geobserveerd in de geen-keuzeconditie worden gebruikt om de strategie-efficiëntie te onderzoeken.

De keuze- en geen-keuzecondities werden tweemaal doorlopen: een keer zonder een lading op het werkgeheugen en een keer met een lading op het werkgeheugen. Om het werkgeheugen te belasten werden secundaire taken uitgekozen die slechts op één werkgeheugencomponent wogen. Om de fonologische lus te belasten moesten de participanten vier letters (bv. TKXL) onthouden terwijl ze aan het rekenen waren. Om de centrale verwerker te belasten werd gebruikgemaakt van een taak waarin de proefpersonen zo snel en zo accuraat mogelijk moesten

beslissen of ze een lage dan wel een hoge toon te horen hadden gekregen (Szmalec, Vandierendonck & Kemps, 2005). De vergelijking van de rekenprestatie in condities zonder werkgeheugenbelasting met de rekenprestatie in condities met werkgeheugenbelasting laat ons toe te onderzoeken of het werkgeheugen al dan niet nodig is om de rekenopgaven op te lossen.

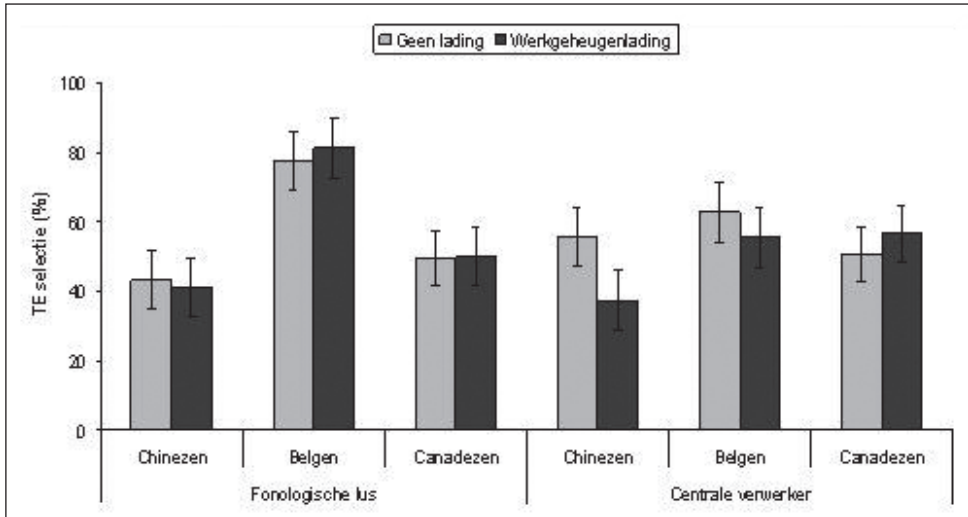
■ Resultaten

We bespreken hier alleen de significante resultaten (met een p -waarde kleiner dan 0.05). We maken een onderscheid wat betreft strategieselectie, strategie-efficiëntie en strategie-adaptatie.

Strategieselectie

De tientallen-eenhedenstrategie (55 %) werd vaker gebruikt dan de eenheden-tientallenstrategie (45 %). Zoals verwacht gebruikten de Belgen (69 %) de tientallen-eenhedenstrategie vaker dan de Canadezen (52 %) en de Chinezen (44 %). We testten ook of een werkgeheugenlading de strategiekeuzes beïnvloedde. Dit bleek enkel het geval te zijn voor de Chinezen. Zij kozen de tientallen-eenhedenstrategie minder vaak wanneer de centrale verwerker werd belast (37 % i.p.v. 58 %; zie *Figuur 1*). De strategiekeuzes van de Belgen en de Canadezen werden niet beïnvloed door een werkgeheugenlading.

Figuur 1: Selectie van de tientallen-eenhedenstrategie (%) als een functie van cultuur en werkgeheugenlading



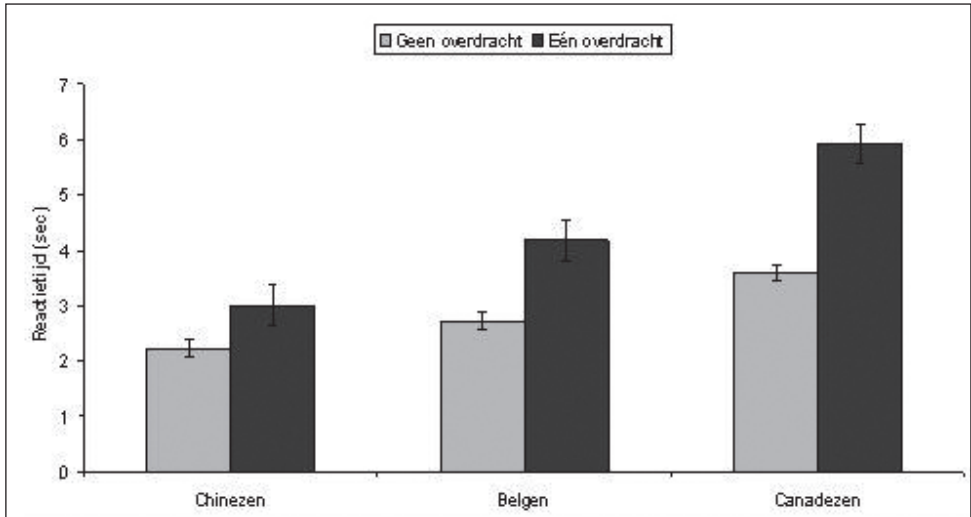
Strategie-efficiëntie

De eenheden-tientallenstrategie (3.8 sec) was trager dan de tientallen-eenhedenstrategie (3.4 sec), maar het aantal fouten verschilde niet tussen beide strategieën (8.7 % voor eenheden-tientallen en 8.6 % voor tientallen-eenheden). Er waren eveneens culturele verschillen. De Chinezen (2.6 sec) waren sneller dan de Belgen (3.5 sec) en de Belgen waren sneller dan de Canadezen (4.8 sec). De Canadezen (11.4 %) maakten ook meer fouten dan de Belgen (7.5 %) en de Chinezen (7.1 %). Bovendien hadden vooral de Canadezen en de Belgen het moeilijk met de overdrachtsoperatie (zie *Figuur 2*). Het verschil in snelheid op problemen met en zonder een overdrachtsoperatie was

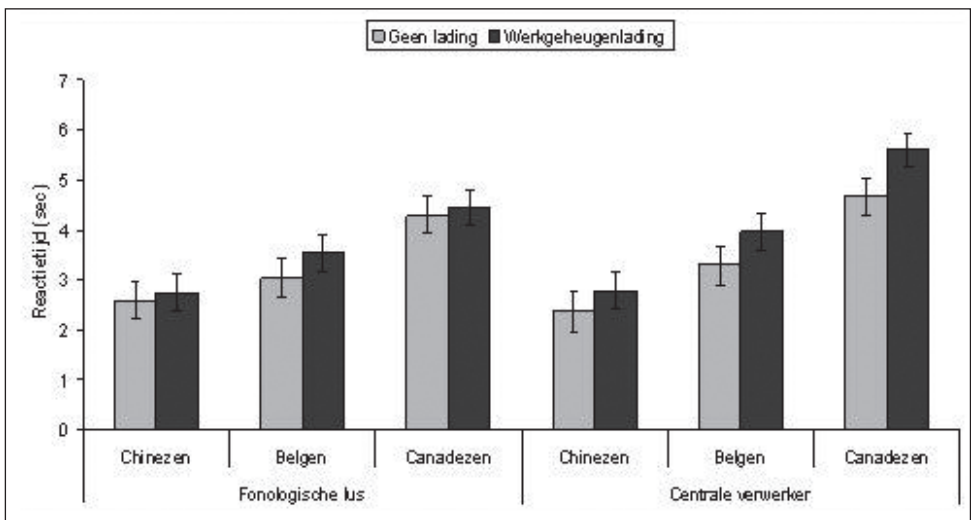
groter voor Canadezen (2.3 sec) dan voor Belgen (1.5 sec) en groter voor Belgen dan voor Chinezen (0.8 sec).

De verschillende culturen deden ook niet allemaal een even groot beroep op hun werkgeheugen (zie *Figuur 3*). Onder een fonologische werkgeheugenlading waren de Belgen trager en de Chinezen en Canadezen minder accuraat. Alle culturen waren ook trager wanneer de centrale verwerker werd belast, maar dit effect was erg klein bij de Chinezen en groter bij de Belgen en de Canadezen. Enkel de Canadezen maakten meer fouten wanneer de centrale verwerker werd belast. Dit effect werd bovendien uitvergroot bij problemen met overdrachtsoperaties (zie *Figuur 4*).

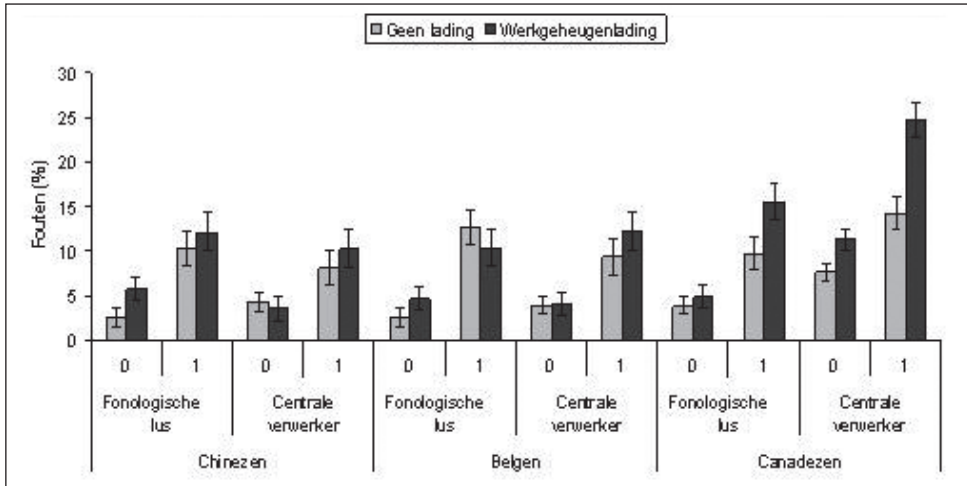
Figuur 2: Reactietijd (in seconden) als een functie van cultuur en overdracht



Figuur 3: Reactietijd (in seconden) als een functie van cultuur en werkgeheugenlading



Figuur 4: Percentage fouten als een functie van cultuur, werkgeheugenlading, en overdracht (0 of 1)

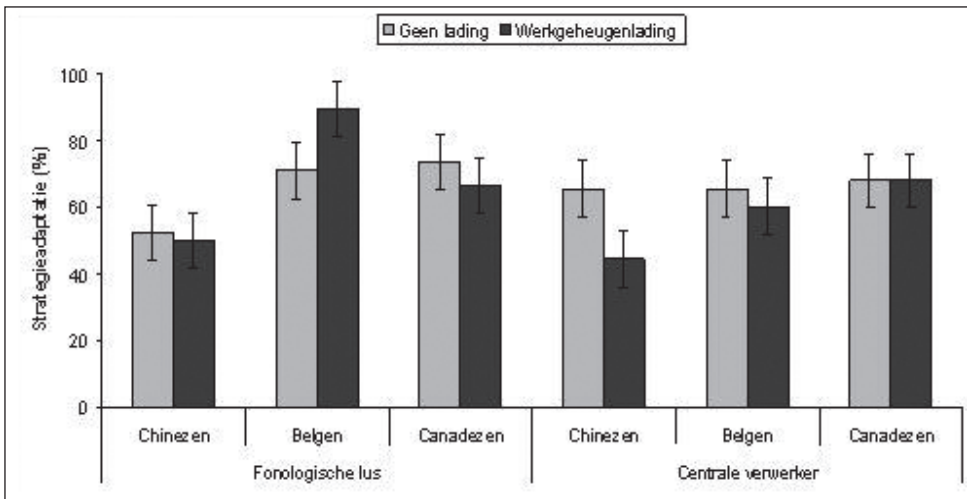


Strategieadaptatie

De laatste vraag die we ons stelden, was de volgende: zijn de verschillende culturen even goed in het kiezen van de 'beste' strategie voor elke rekenop-

gave? Om dit te onderzoeken gingen we na of participanten in de keuzeconditie die strategie kozen die in de geen-keuzecondities naar voren was gekomen als hun snelste (en dus meest efficiënte) strategie. Proefpersonen

Figuur 5: Percentage adaptieve strategiekeuzes als een functie van cultuur en werkgeheugenlading



kozen in gemiddeld 65 procent van de gevallen de meest efficiënte strategie. De Chinezen (53 %) waren minder adaptief dan de Belgen (72 %) en de Canadezen (69 %). Bovendien waren de Chinezen minder adaptief wanneer de centrale verwerker werd belast (45 % i.p.v. 66 %; zie *Figuur 5*). De Belgen en de Canadezen waren even adaptief in condities met en zonder werkgeheugenlading.

■ Discussie

In dit onderzoek vergeleken we de rekenprestaties van Belgen, Canadezen en Chinezen. We observeerden culturele verschillen in strategieselectie, strategie-efficiëntie en strategieadaptatie. Zoals verwacht waren de Chinezen efficiënter dan de Canadezen en de Belgen. In tegenstelling tot onze verwachting echter, waren de Chinezen minder adaptief dan de Canadezen en de Belgen. Deze resultaten worden nu verder besproken en geïnterpreteerd.

Culturele verschillen in rekenstrategieën

Wat betreft de strategieselectie stelden we vast dat de tientallen-eenhedenstrategie het meest werd gebruikt door de Belgen (ongeveer 70 %). De Canadezen kozen de tientallen-eenhedenstrategie in iets meer dan de helft van de gevallen, de Chinezen in iets minder dan de helft van de

gevallen. De culturele verschillen in strategieselectie worden waarschijnlijk veroorzaakt door de ervaringen die men opdoet in de lagere school. In Europa wordt kinderen vaak de tientallen-eenhedenstrategie aangeleerd. In Noord-Amerika is dat veeleer de eenheden-tientallenstrategie. Blijkbaar voeren de methodes die op dergelijke jonge leeftijd worden aangeleerd tot op volwassen leeftijd de boventoon.

Enkel de Chinezen veranderden hun strategie wanneer hun werkgeheugen werd belast. Ze waren al frequente gebruikers van de eenheden-tientallenstrategie en wisselden naar een nóg frequenter gebruik van die strategie wanneer de centrale verwerker werd belast. Mogelijk deden ze dat omdat ze een groter vertrouwen hadden in de eenheden-tientallenstrategie.

We vonden ook culturele verschillen in strategie-efficiëntie. Chinezen waren sneller dan (maar even accuraat als) Belgen en Belgen waren sneller en accurater dan Canadezen. De Chinezen waren bovendien ook efficiënter in het uitvoeren van overdrachtsoperaties. Deze bevinding toont aan dat Chinezen niet enkel beter zijn in feitenkennis (de juiste oplossing snel kunnen ophalen uit het langetermijngeheugen), maar ook in procedurele kennis (weten hoe ze rekenprocedures moeten uitvoeren).

Tot slot waren er ook culturele verschillen in strategieadaptatie. De Chinezen

waren minder adaptief dan de Belgen en de Canadezen. Bovendien waren de Chinezen nog minder adaptief wanneer de centrale verwerker werd belast. Deze resultaten zijn opmerkelijk omdat de efficiënte prestatie van de Chinezen ons deed vermoeden dat ze ook goed zouden zijn in het maken van adaptieve strategiekeuzes. Onze hypothese werd echter niet bevestigd. Dit toont aan dat een 'goede' rekenprestatie uit meerdere factoren bestaat. Je moet niet alleen snel en accuraat kunnen rekenen, het is ook belangrijk dat je voor elke opgave de meest efficiënte strategie kiest.

Oorzaken van de culturele verschillen

Eerdere studies schakelden reeds enkele oorzaken uit, zoals intelligentie of cognitieve vaardigheid (Geary, 1996a; Geary, Salthouse e.a., 1996) en de mate van tweetaligheid (Geary, Cormier, Goggin, Estrada & Lunn, 1993). We bespreken hier drie oorzaken die mogelijk kunnen bijdragen tot de culturele verschillen in rekenstrategieën.

Ten eerste is het goed mogelijk dat ervaringen opgedaan in het lager onderwijs een significante rol spelen. De aandacht voor wiskundeonderwijs is groter in Azië dan elders (Stigler, Lee & Stevenson, 1987). Bovendien heeft Aziatisch onderricht een voorkeur voor drill en snelheid, wat resulteert in efficiëntere rekenprestaties.

Daartegenover staat het Westerse wiskundeonderwijs, dat (zeker recentelijk) een grotere voorkeur heeft voor exploratie en flexibiliteit, met als doel het beter begrijpen van wiskundige relaties. Deze Westerse focus kan een verklaring bieden voor de adaptieve rekenprestaties van de Belgen en de Canadezen. Kinderen die begrijpen wat ze doen, zijn immers beter in het selecteren van adaptieve rekenstrategieën (Heirdsfield & Cooper, 2004a, 2004b).

Een tweede mogelijke sleutel tot het begrijpen van de culturele verschillen is de rol van taal in rekenen. De structuur van Chinese getalwoorden is duidelijk en consistent (bv. 12 is "tien twee" en 53 is "vijf tien drie"). Indo-Europese talen zoals het Engels en het Nederlands zijn onregelmatiger. De structuur van getalwoorden heeft trouwens niet enkel een invloed op de huidige rekenprestaties. Ze beïnvloedt ook de ontwikkeling van rekenkundige vaardigheden (Geary, Bow-Thomas e.a., 1996). Er bestaan bovendien niet alleen culturele verschillen in de structuur van getalwoorden, maar ook in de snelheid waarmee getalwoorden worden uitgesproken. Deze snelheid beïnvloedt de digit span (het aantal getallen dat men kan bijhouden in het kortetermijngeheugen) en dus ook de rekenafficiëntie (Geary, Bow-Thomas e.a., 1996). Zo bevat de digit span van Chinezen ongeveer twee getallen méér dan die van Noord-Amerikanen (Stigler, Lee & Stevenson, 1986). De

vaardigheid om meer getallen in het werkgeheugen bij te houden, speelt dus in het voordeel van de Chinezen, zeker bij complexe rekenopgaven waarbij vaak tussentijdse oplossingen moeten worden bijgehouden. Ook de volgorde waarin getalwoorden worden opgeschreven en uitgesproken, kan een rol spelen. In het Nederlands schrijven we eerst de tientallen en dan de eenheden (bv. 25), maar zeggen we eerst de eenheden en dan de tientallen ("vijfentwintig"). Het Engels ("twenty five") en het Chinees ("twee tien vijf") zijn consistent: de tientallen komen eerst, of je nu schrijft of spreekt. De ietwat 'tegennatuurlijke' spreekvolgorde in het Nederlands kan verklaren waarom alleen de Belgen trager rekenden onder een fonologische werkgeheugenlading.

Ten slotte kunnen ook verschillen in culturele normen en waarden een invloed hebben op rekenprestaties (Chen & Stevenson, 1995; Stevenson, Chen & Lee, 1993; Stevenson e.a., 1990). Voorbeelden van dergelijke normen en waarden zijn "Succes wordt enkel bereikt door hard werken", "Goed kunnen rekenen is belangrijk", enz. Enkele jaren geleden toonde het PISA-onderzoek (2003) aan dat Chinezen meer geïnteresseerd zijn in wiskunde dan Belgen en Canadezen.

Culturele verschillen in het gebruik van het werkgeheugen

Een ander opmerkelijk resultaat was dat de rekefficiëntie van Chinezen bijna niet gehinderd werd door de werkgeheugenbelasting. Dit resultaat is opmerkelijk omdat onderzoekers er in het algemeen van uitgaan dat het werkgeheugen altijd een belangrijke rol speelt bij het oplossen van complexe rekenopgaven. De Belgen waren trager wanneer de centrale verwerker of de fonologische lus werd belast. Ze waren echter niet minder accuraat onder een werkgeheugenbelasting. Dit betekent dat Belgen wel degelijk een beroep doen op hun werkgeheugen om complexe rekenopgaven op te lossen, zonder dat dit hun accuraatheid drastisch beïnvloedt. Bij de Canadezen beïnvloedde een werkgeheugenbelasting zowel de snelheid als de accuraatheid. Dit toont aan dat zij een zeer groot beroep doen op hun werkgeheugen bij het oplossen van complexe rekenopgaven.

Het werkgeheugen is dus niet even sterk betrokken in de verschillende culturen. De minder efficiënte culturen hadden meer werkgeheugencapaciteit nodig om hun rekenprestaties op peil te houden. De grote hoeveelheid oefening en training verklaart waarom de Chinezen zo efficiënt kunnen rekenen zonder een al te groot beroep te doen op hun werkgeheugen. Inderdaad,

een hoge efficiëntie in het uitvoeren van een taak (zoals rekenen, lezen, enz.) neemt slechts weinig capaciteit van het werkgeheugen in beslag, met als gevolg dat er werkgeheugen capaciteit overblijft voor in moeilijkere situaties (bv. in condities waar het werkgeheugen door een andere taak wordt belast; Walczyk & Griffith-Ross, 2006). Culturen die minder efficiënt zijn doen een groter beroep op hun werkgeheugen en hebben bijgevolg minder capaciteit over voor in moeilijke situaties. We vonden gelijkwaardige resultaten bij studenten met meer en minder rekenervaring (Imbo, Vandierendonck & Rosseel, 2007).

Een ander belangrijk aspect is wiskundeangst. Alle participanten werd gevraagd om op een schaal van 1 tot 5 aan te geven hoe zenuwachtig ze waren bij het oplossen van rekenopgaven. Deze maat van wiskundeangst (1 = niet zenuwachtig; 5 = zeer zenuwachtig) is uiteraard slechts een ruwe schatting. Toch zagen we dat de Chinezen (2.1) minder wiskundeangst vertoonden dan de Canadezen (2.6) en de Belgen (3.0). Aangezien wiskundeangst vaak gepaard gaat met intrusieve gedachten en bezorgdheden, verbruikt wiskundeangst ook werkgeheugencapaciteit (Eysenck & Calvo, 1992; Eysenck, Derakshan, Santos & Calvo, 2007). Dit heeft als gevolg dat de hogere wiskundeangst bij Belgen en Canadezen ervoor zorgt dat ze minder werkgeheugencapaciteit over hebben in vergelijking met de

Chinezen. De combinatie van een lage rekenefficiëntie en een hoge wiskundeangst wordt nog versterkt in stressvolle situaties, zoals condities met een werkgeheugenbelasting. Aangezien stress ook laadt op het werkgeheugen, heeft stress vaak een groter effect op minder rekenvaardige personen (Beilock, Kulp, Holt & Carr, 2004) en dus ook op kinderen met rekenstoornissen.

Ten slotte stelden we vast dat een werkgeheugenlading een negatieve invloed had op strategieadaptatie, maar dit was enkel zo voor de Chinezen. Dit resultaat toont duidelijk aan dat efficiënt kunnen rekenen slechts één dimensie is van een goede prestatie. Adaptieve strategiekeuzes maken is een andere. De uiterst efficiënte Chinezen waren minder adaptief dan de Belgen en de Canadezen, vooral in stressvolle situaties (zoals in condities met een werkgeheugenbelasting). Eerder onderzoek toonde aan dat personen met een grote werkgeheugencapaciteit het in stressvolle situaties soms beter doen dan personen met een kleine werkgeheugencapaciteit (Beilock & DeCaro, 2007; DeCaro, Thomas & Beilock, 2008). Dit komt omdat personen met een grote werkgeheugencapaciteit vaak erg goed zijn in het focussen van hun aandacht op één specifiek taakkenmerk en daardoor andere taakkenmerken negeren. Ze zijn daarom ook minder goed in het selecteren van andere strategieën als de taakkenmerken veranderen. Personen met een kleinere werkgeheugen-

gencapaciteit daarentegen, zijn niet zo bedreven in het focussen van hun aandacht en wisselen daarom vaker van strategie.

Implicaties voor de praktijk

Zoals hierboven vermeld, hebben ervaringen opgedaan in het lager onderwijs een grote invloed op de rekenprestaties, zelfs tot in de volwassenheid. Het is daarom belangrijk om de voor- en nadelen van de huidige onderwijsmethoden en -technieken onder de loep te nemen en voldoende snel in te grijpen als dingen dreigen mis te gaan. De hoge strategie-efficiëntie bij Chinezen en de hoge strategie-adaptatie bij Belgen en Canadezen hebben waarschijnlijk allemaal hun oorsprong in het lager onderwijs. Wellicht zou een combinatie van oosterse en westerse onderwijstechnieken tot de beste resultaten leiden. Aan de ene kant zijn oefening, herhaling en training belangrijk, maar aan de andere kant zijn inzicht, exploratie en ontdekking dat evenzeer. De verschillende componenten zijn complementair en sluiten elkaar niet uit. Kinderen in de lagere school die één enkele rekenstrategie wordt aangeleerd, proberen doorgaans niet om andere strategieën te ontdekken (Klein & Beishuizen, 1994). Een goede leer-methode zou dus niet alleen mogen bestaan uit het aanleren van rekenfeiten en strategieën, maar moet ook focussen op inzicht (bv. het verschil tussen verschillende strategieën begrij-

pen en weten wanneer de ene strategie te verkiezen is boven de andere) en exploratie (bv. zelf ontdekken van nieuwe strategieën).

In een eerste stap zouden kinderen moeten worden aangemoedigd om rekenfeiten en rekenstrategieën zelf te ontdekken, voor zover ze hiertoe in staat zijn. Kinderen die zelf rekenstrategieën ontdekken, zijn immers efficiënter en adaptiever dan kinderen die de strategieën worden aangeleerd (Blöte e.a., 2000; Heirdsfield, 2000; Klein, Beishuizen & Treffers, 1998). Bij kinderen met rekenstoornissen is het aangewezen om hen 'begeleid' nieuwe strategieën te laten ontdekken. Aangezien onbegeleid exploreren tot verwarring kan leiden, zijn complete instructies en een sturende didactiek vanuit een grondige taakanalyse bij deze doelgroep onontbeerlijk (Ruijsenaars, 2004). In een tweede stap zouden de kinderen de rekenfeiten en rekenstrategieën grondig moeten inoefenen om de efficiëntie te verhogen (Ellemor-Collins & Wright, 2007). Verder onderzoek is nodig naar de voor- en nadelen van beide stappen (ontdekken en inoefenen) en naar de tijdslijn waarop ze moeten worden geïmplementeerd. Een geïndividualiseerde aanpak zal waarschijnlijk de beste resultaten opleveren.

Dit onderzoek heeft ook een aantal implicaties voor de diagnostiek en behandeling van kinderen met rekenstoornissen.

Op het vlak van de diagnostiek blijkt dat het niet alleen belangrijk is om na te gaan waar kinderen met rekenproblemen zich situeren ten opzichte van leeftijdsgenoten. Het is ook belangrijk om na te gaan hoe ze rekentaken aanpakken. Hierbij kan men navragen welke rekenstrategieën ze werden aangeleerd op school en welk handboek hiervoor werd gebruikt. Het is ook interessant om te testen of ze de aangeleerde rekenstrategieën al dan niet consequent gebruiken wanneer ze zelfstandig oefeningen oplossen (procesdiagnostiek). Verder zien we dat bij het diagnosticeren van rekenproblemen ook aandacht moet worden besteed aan de werkgeheugencapaciteit en de mate van comorbide rekenstress/wiskundeangst. Deze studie toonde bovendien aan dat het nuttig kan zijn om op school te gaan kijken hoe kinderen leren rekenen en voor welk onderwijsaanbod werd gekozen. Al deze aspecten moeten deel uitmaken van de aanvangsdiagnostiek bij kinderen met een rekenstoornis.

Wat betreft de behandeling van kinderen met rekenstoornissen toont dit onderzoek aan dat een wetenschappelijk onderbouwde aanpak er één is die differentieert, steunt op een grondige taak- en foutenanalyse, en aandacht besteedt aan het inzichtelijk onderbouwen en voldoende herhalen van rekenstrategieën. Kinderen moeten niet alleen leren rekenen, ze moeten ook weer durven en willen rekenen.

■ Dankbetuiging

Deze studie werd gesubsidieerd door het Fonds voor Wetenschappelijk Onderzoek Vlaanderen (FWO-Vlaanderen), via een postdoctorale beurs aan dr. Ineke Imbo, en door de Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada, via een Discovery Grant aan prof. dr. Jo-Anne LeFevre.

■ Referenties

- Baddeley, A.D., & Hitch, G.J. (1974). Working memory. In G. Bower (Red.), *The psychology of learning and motivation* (pp. 47-90). New York: Academic Press.
- Baddeley, A.D. (2000). The episodic buffer: A new component of working memory? *Trends in Cognitive Sciences*, 4, 417-423.
- Barbarese, W.J., Katusic, S.K., Colligan, R.C., Weaver, A., & Jacobsen, S. (2005). Math learning disorder: Incidence in a population-based birth cohort (1976-82, Rochester, Minn). *Ambulatory Pediatrics*, 5, 281-289.
- Beilock, S.L., & De Caro, M.S. (2007). From poor performance to success under stress: Working memory, strategy selection, and mathematical problem solving under pressure. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 33, 983-998.
- Beilock, S.L., Kulp, C.A., Holt, L.E., & Carr, T.H. (2004). More on the fragility of performance: Choking under pressure in mathematical problem solving. *Journal of Experimental Psychology: General*, 133, 584-600.
- Beishuizen, M. (1993). Mental strategies and materials or models for addition and subtraction up to 100 in Dutch 2nd grades. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24, 294-323.

- Beishuizen, M., Van Putten, C.M., & Van Mulken, F. (1997). Mental arithmetic and strategy use with indirect number problems up to one hundred. *Learning and Instruction, 7*, 87-106.
- Blöte, A.W., Klein, A.S., & Beishuizen, M. (2000). Mental computation and conceptual understanding. *Learning and Instruction, 10*, 221-247.
- Campbell, J.I.D., & Xue, Q. (2001). Cognitive arithmetic across cultures. *Journal of Experimental Psychology: General, 130*, 299-315.
- Chen, C., & Stevenson, H.W. (1995). Motivation and mathematics achievement: A comparative study of Asian-American, Caucasian-American, and East-Asian high school students. *Child Development, 66*, 1215-1234.
- Cooper, T.J., Heirdsfield, A.M., & Irons, C.J. (1996). Children's mental strategies for addition and subtraction word problems. In J. Mulligan & M. Mitchelmore (Red.), *Children's number learning* (pp. 147-162). Adelaide: Australian Association of Mathematics Teachers.
- DeCaro, M.Q., Thomas, R.D., & Beilock, S.L. (2008). Individual differences in category learning: Sometimes less working memory capacity is better than more. *Cognition, 107*, 284-294.
- Desoete, A. (2007). Diagnostiek van rekenstoornissen of dyscalculie. In A. Vyt, M.A.G. van Aken, J. Bijstra, P.P.M. Leseman & B. Maes (Red.), *Jaarboek 7. Ontwikkelingspsychologie, orthopedagogiek en kinderpsychiatrie 2007-2008* (pp. 1-20). Houten: Bohn Stafleu Van Loghum.
- DeStefano, D., & LeFevre, J.-A. (2004). The role of working memory in mental arithmetic. *European Journal of Cognitive Psychology, 16*, 353-386.
- Dowker, A. (2005). *Individual differences in arithmetic. Implications for psychology, neuroscience and education*. Hove, UK: Psychology Press.
- Ellemor-Collins, D., & Wright, R. (2007). Assessing pupil knowledge of the sequential structure of numbers. *Educational and Child Psychology. Special Issue: Arithmetical Difficulties: Developmental and Instructional Perspectives, 24*, 54-63.
- Eysenck, M.W., & Calvo, M.G. (1992). Anxiety and performance: The processing efficiency theory. *Cognition & Emotion, 6*, 409-434.
- Eysenck, M.W., Derakshan, N., Santos, R., & Calvo, M.G. (2007). Anxiety and cognitive performance: Attentional control theory. *Emotion, 7*, 336-353.
- Fürst, A.J., & Hitch, G.J. (2000). Separate roles for executive and phonological components of working memory in mental arithmetic. *Memory & Cognition, 28*, 774-782.
- Fuson, K.C. (1990). Conceptual structures for multiunit numbers: Implications for learning and teaching multidigit addition, subtraction, and place value. *Cognition and Instruction, 7*, 343-403.
- Geary, D.C. (1996a). International differences in mathematical achievement: Their nature, causes, and consequences. *Current Directions in Psychological Science, 5*, 133-137.
- Geary, D.C. (1996b). The problem-size effect in mental addition: Developmental and cross-national trends. *Mathematical Cognition, 2*, 63-93.
- Geary, D.C., Bow-Thomas, C.C., Fan, L., & Siegler, R.S. (1993). Even before formal instruction, Chinese children outperform American children in mental addition. *Cognitive Development, 8*, 517-529.
- Geary, D.C., Bow-Thomas, C.C., Liu, F., & Siegler, R. (1996). Development of arithmetical competencies in Chinese and American children: Influence of age, language, and schooling. *Child Development, 67*, 2022-2044.
- Geary, D.C., Cormier, P., Goggin, J.P., Estrada, P., & Lunn, M.C.E. (1993). Mental arithmetic: A componential analysis of speed-of-processing across monolingual, weak bilingual, and strong bilingual adults. *International Journal of Psychology, 28*, 185-201.

Geary, D.C., Hamson, C.O., Chen, G.-P., Fan, L., Hoard, M.K., & Salthouse, T.A. (1997). Computational and reasoning in arithmetic: Cross-generational change in China and the United States. *Psychonomic Bulletin & Review*, 4, 254-263.

Geary, D.C., Salthouse, T.A., Chen, G.-P., & Fan, L. (1996). Are East Asian versus American differences in arithmetic ability a recent phenomenon? *Developmental Psychology*, 32, 254-262.

Green, H.J., Lemaire, P., & Dufau, S. (2007). Eye movement correlates of younger and older adults' strategies for complex addition. *Acta Psychologica*, 125, 257-278.

Heirdsfield, A.M. (2000). Mental computation: Is it more than mental architecture? Paper presented at Annual Meeting of the *Australian Association for Research in Education*, Sydney, Australia.

Heirdsfield, A.M., & Cooper, T.J. (2004a). Factors affecting the process of proficient mental addition and subtraction: Case studies of flexible and inflexible computers. *Journal of Mathematical Behavior*, 23, 443-463.

Heirdsfield, A.M., & Cooper, T.J. (2004b). Inaccurate mental addition and subtraction: Causes and compensation. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 26, 43-66.

Hitch, G.J. (1978). Role of short-term memory in mental arithmetic. *Cognitive Psychology*, 10, 302-323.

Imbo, I., & Vandierendonck, A. (2007a). The role of phonological and executive working-memory resources in simple-arithmetic strategies. *European Journal of Cognitive Psychology*, 19, 910-933.

Imbo, I., & Vandierendonck, A. (2007b). Do multiplication and division strategies rely on executive and phonological working-memory resources? *Memory & Cognition*, 35, 1759-1771.

Imbo, I., & Vandierendonck, A. (2007c). Strategy use in elementary-school children: Working memory and individual differences. *Journal of Experimental Child Psychology*, 96, 284-309.

Imbo, I., & Vandierendonck, A. (2008). Effects of problem size, operation, and working-memory span on simple-arithmetic strategies: Differences between children and adults? *Psychological Research*, 72, 331-346.

Imbo, I., Vandierendonck, A., & De Rammelaere, S. (2007). The role of working memory in the carry operation of mental arithmetic: Number and value of the carry. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 60, 708-731.

Imbo, I., Vandierendonck, A., & Rosseel, Y. (2007). The influence of problem features and individual differences on strategic performance in simple arithmetic. *Memory & Cognition*, 35, 454-463.

Imbo, I., Vandierendonck, A., & Vergauwe, E. (2007). The role of working memory in carrying and borrowing. *Psychological Research*, 71, 467-483.

Klein, T., & Beishuizen, M. (1994). Assessment of flexibility in mental arithmetic. In J.E.H. van Luit (Red.), *Research on learning and instruction of mathematics in kindergarten and primary school* (pp. 125-152). Doetinchem: Graviant.

Klein, A.S., Beishuizen, M., & Treffers, A. (1998). The empty number line in Dutch second grades: Realistic versus gradual program design. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29, 443-464.

Landerl, K., Bevan, A., & Butterworth, B. (2004). Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: A study of 8-9-year-old students. *Cognition*, 93, 99-125.

LeFevre, J.-A., & Liu, J. (1997). The role of experience in numerical skill: Multiplication performance in adults from China and Canada. *Mathematical Cognition*, 3, 31-62.

- Lemaire, P., Arnaud, L., & Lecacheur, M. (2004). Adults' age-related differences in adaptivity of strategy choices: Evidence from computational estimation. *Psychology and Aging, 19*, 467-481.
- Lemaire, P., & Lecacheur, M. (2002). Children's strategies in computational estimation. *Journal of Experimental Child Psychology, 82*, 281-304.
- Logie, R.H., Gilhooly, K.J., & Wynn, V. (1994). Counting on working memory in arithmetic problem solving. *Memory & Cognition, 22*, 395-410.
- Lucangeli, D., Tressoldi, P.E., Bendotti, M., Bonanomi, M., & Siegler, L.S. (2003). Effective strategies for mental and written arithmetic calculation from the third to the fifth grade. *Educational Psychology, 23*, 507-520.
- Noël, M.-P., Désert, M., Aubrun, A., & Seron, X. (2001). Involvement of short-term memory in complex mental calculation. *Memory & Cognition, 29*, 34-42.
- Penner-Wilger, M., Leth-Steensen, C., & LeFevre J.-A. (2002). Decomposing the problem-size effect: A comparison of response time distributions across cultures. *Memory & Cognition, 30*, 1160-1167.
- PISA (2003). Learning for tomorrow's world. <http://www.pisa.oecd.org>
- Ruijsenaars, A.J.J.M. (2004). Diagnostiek van rekenproblemen en dyscalculie. In A.J.J.M. Ruijsenaars, H. van Luit & E.C.D.M. van Lieshout (Red.), *Rekenproblemen en dyscalculie*. Lemniscaat: Rotterdam.
- Scheiris, J., & Desoete, A. (2008). De prevalentie van enkele specifieke ontwikkelings- en gedragsstoornissen en hun comorbiditeit. *Signaal, 62*, 4-14.
- Stock, P., Desoete, A., & Roeyers, H. (2007). Dyscalculie, een stoornis met vele gezichten. Een overzichtsbepreking van subtypering bij rekenstoornissen. *Signaal, 59*, 22-42.
- Siegler, R.S., & Lemaire, P. (1997). Older and younger adults' strategy choices in multiplication: Testing predictions of ASCM using the choice/no-choice method. *Journal of Experimental Psychology: General, 126*, 71-92.
- Stevenson, H.W., Lee, S., Chen, C., Lummis, M., Stigler, J., Fan, L., & Ge, F. (1990). Mathematics achievement of children in China and the United States. *Child Development, 61*, 1053-1066.
- Stevenson, H.W., Chen, C., & Lee, S.Y. (1993). Mathematics achievement of Chinese, Japanese, and American children: Ten years later. *Science, 259*, 53-58.
- Stigler, J.W., Lee, S.Y., & Stevenson, H.W. (1986). Digit memory in Chinese and English: Evidence for a temporally limited store. *Cognition, 23*, 1-20.
- Stigler, J.W., Lee, S., & Stevenson, H.W. (1987). Mathematics classrooms in Japan, Taiwan, and the United States. *Child Development, 58*, 1272-1285.
- Swanson, H.L., Jerman, O., & Zheng, X. (2008). Math disabilities and reading disabilities: Can they be separated? *Journal of Psychoeducational assessment, in druk*.
- Szmalc, A., Vandierendonck, A., & Kemps, E. (2005). Speeded decision-making as a component of executive functioning. *Memory & Cognition, 33*, 531-541.
- Torbeyns, J., Verschaffel, L., & Ghesquière, P. (2002). Strategic competence: Applying Siegler's theoretical and methodological framework to the domain of simple addition. *European Journal of Psychology of Education, 17*, 275-291.
- Torbeyns, J., Verschaffel, L., & Ghesquière, P. (2004a). Strategic aspects of simple addition and subtraction: The influence of mathematical ability. *Learning and Instruction, 14*, 177-195.

Torbeyns, J., Verschaffel, L., & Ghesquière, P. (2004b). Strategy development in children with mathematical disabilities: Insights from the Choice/No-Choice method and the Chronological-Age/Ability-Level-Match Design. *Journal of Learning Disabilities, 37*, 119-131.

Torbeyns, J., Verschaffel, L., & Ghesquière, P. (2005). Simple addition strategies in a first-grade class with multiple strategy instruction. *Cognition and Instruction, 23*, 1-21.

Torbeyns, J., Verschaffel, L., & Ghesquière, P. (2006). The development of children's adaptive expertise in the number domain 20 to 100. *Cognition and Instruction, 24*, 439-465.

Trbovich, P.L., & LeFevre, J.-A. (2003). Phonological and visual working memory in mental addition. *Memory & Cognition, 31*, 738-745.

Varol, F., & Farran, D. (2007). Elementary school students' mental computation proficiencies. *Early Childhood Education Journal, 35*, 89-94.

Walczyk, J.J., & Griffith-Ross, D.A. (2006). Time restriction and the linkage between sub-component efficiency and algebraic inequality success. *Journal of Educational Psychology, 98*, 617-627.